**Предполагаем, что в точечном евклидовом пространстве задан ортонормированный репер**

**Упражнение:** Если  сохраняет расстояние между точками, то ‑ движение.

1. **Параллельный перенос** – аффинное преобразование, которое в некотором (а значит, и в любом – доказать!) репере имеет координатное выражение:

, где ‑ столбец чисел.

Параллельный перенос – движение, так как матрица преобразования ортогональна.

1. **Симметрия (ортогональная) относительно оси Ох:**

**.**

1. **Поворот плоскости вокруг неподвижной точки:**

**.**

Определитель матрицы преобразования равен 1, и она ортогональна.

Это аффинное преобразование является собственным движением евклидовой плоскости , а именно – поворотом вокруг неподвижной точки **(**см. раздел 26.5, стр. 171 «Алгебра и аналитическая геометрия в 2-х частих» часть 2. Авт.: М.В.Милованов, М.М.Толкачев, Р.И.Тышкевич, А.С.Феденко**)**.

1. **Скользящая симметрия:**

Движение

****

есть композиция симметрии относительно некоторой инвариантной прямой и параллельного переноса на постоянный вектор, параллельный этой прямой.

**(**см. раздел 26.5, стр. 171 «Алгебра и аналитическая геометрия в 2-х частих» часть 2. Авт.: М.В.Милованов, М.М.Толкачев, Р.И.Тышкевич, А.С.Феденко**).**

1. **Подобие.**

Пусть ‑ множество положительных чисел и . Отображение точечного евклидова пространства в себя, при котором расстояние между любыми двумя точками в раз меньше расстояния между их образами ( ) называется подобием с коэффициентом подобия .

Обозначим расстояние между точками символом : . Тогда ‑ подобие, если .

* 1. **Гомотетия.**

**Гомотетией** с центром в точке и коэффициентом называется отображение в себя, при котором точка остается неподвижной, а произвольная точка отображается в точку такую, что .

Выберем репер с началом в центре гомотетии . Тогда произвольная точка с координатным столбцом перейдет в точку с координатным столбцом . При этом .

Таким образом, гомотетия является аффинным преобразованием.

**Упражнение:**

1. Доказать, что гомотетия является преобразованием подобия.
2. Гомотетии – подгруппа в группе подобий. Если ‑ гомотетия с центром в , то ‑ гомотетия с тем же центром и коэффициентом .
3. Найти координатное выражение гомотетии с центром в точке в репере с началом в точке .

**Теорема (**<https://scask.ru/c_book_agm.php?id=79>). Всякое преобразование подобия с коэффициентом подобия есть аффинное преобразование, а именно: композиция гомотетии с тем же коэффициентом и произвольным центром и некоторого движения .

► Пусть ‑ гомотетия с центром в произвольной точке и коэффициентом . Тогда композиция является движением, так как сохраняет расстояние между точками. Тогда . Положим , тогда ‑ композиция гомотетии с коэффициентом и центром в произвольной точке и движения.◄

**Следствие:** В ортонормированном репере координатное выражение подобия с коэффициентом будет иметь вид либо , где .